

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**
(Финансовый университет)

Калужский филиал Финуниверситета

Кафедра «Бизнес-информатика и высшая математика»

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор Калужского филиала
Финуниверситета



В.А. Матчинов

ПРИЛОЖЕНИЕ К РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ

Финансовая математика

(указывается наименование дисциплины)

Направление подготовки **38.03.01 Экономика**

(указывается наименование направления подготовки)

Образовательная программа **«Экономика и финансы», очно-заочная**

(указывается наименование образовательной программы бакалавриата)

Фамилия И.О. научно-педагогического работника филиала, ответственного
за актуализацию РПД **Никаноркина Н.В.**

Год утверждения рабочей программы дисциплины **2023**

Содержание Приложения к рабочей программе дисциплины

№	Наименование раздела	Стр.
1	Наименование дисциплины	3
2	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
4	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	5
5	Учебно-тематический план	5
6	Содержание семинаров, практических занятий	6
7	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	7
8	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	9
9	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	15
10	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	15

1. Наименование дисциплины

«Финансовая математика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Таблица 1

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКН-3	Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные результаты	1. Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.	Знать базовые основы актуальных методов сбора и анализа финансовых данных Уметь анализировать данные для решения финансово-экономических задач
		2. Формулирует математические постановки финансово-экономических задач, переходит от экономических постановок задач к математическим моделям.	Знать основные математические модели финансово-экономических задач и их решений Уметь сформулировать математическую постановку для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач и подобрать метод решения
		3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.	Знать основы системного подхода к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области Уметь использовать системный подход к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области
		4. Анализирует результаты исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.	Знать методы анализа результатов исследования моделей финансово-экономических задач Уметь принимать управленческие решения на основе проведенного финансового анализа

ПКН-4	Способность оценивать показатели деятельности экономических субъектов	1. Проводит анализ внешней и внутренней среды ведения бизнеса, выявляет основные факторы экономического роста, оценивает эффективность формирования и использования производственного потенциала экономических субъектов.	<u>Знать</u> методы оценки финансовых показателей деятельности экономических субъектов <u>Уметь</u> применять методы оценки финансовых показателей деятельности экономических субъектов
		2. Рассчитывает и интерпретирует показатели деятельности экономических субъектов	<u>Знать</u> методы расчета и интерпретации финансовых показателей деятельности экономических субъектов <u>Уметь</u> применять методы расчета и интерпретации финансовых показателей деятельности экономических субъектов
ПКП-3	Способность готовить мотивированные обоснования принятия управленческих решений по кругу операций, выполняемых финансово-кредитными институтами, финансовыми органами, публично-правовыми образованиями	1. Демонстрирует способность формировать нормативно-правовую и экономически обоснованную базу (основу) принятия мотивированных управленческих решений по текущей деятельности организации. 2. Предлагает варианты эффективной организации текущей деятельности финансово-кредитных институтов, финансовых органов, публично-правовых образований на основе мотивированных управленческих, финансовых и инвестиционных решений.	<u>Знать:</u> Методы формирования нормативно-правовой и экономически обоснованной базы (основы) <u>Уметь:</u> Формировать нормативно-правовую и экономически обоснованную базу (основу) принятия мотивированных управленческих решений <u>Знать:</u> Варианты эффективной организации текущей деятельности финансово-кредитных институтов, финансовых органов, публично-правовых образований <u>Уметь:</u> Находить варианты эффективной организации текущей деятельности финансово-кредитных институтов, финансовых органов, публично-правовых образований

3. Место дисциплины в структуре образовательных программ

Дисциплина «Финансовая математика» относится к модулю «Математика» элективного цикла профиля по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика», ОП «Экономика и финансы», очно-заочная форма обучения.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очно-заочная форма обучения

Таблица 2

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 7 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	108	108
Контактная работа - Аудиторные занятия	24	24
<i>Лекции</i>	8	8
<i>Семинары, практические занятия</i>	16	16
Самостоятельная работа	84	84
Вид текущего контроля	КР	КР
Вид промежуточной аттестации	зачет	зачет

5. Учебно-тематический план

Таблица 3

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа – Аудиторная работа			Самостоя- тельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1.	Теория про- центов и фи- нансовые по- токи	27	6	2	4	21	Решение задач на практических занятиях. Само- стоятельная ра- бота. Опрос.
2.	Облигации	27	6	2	4	21	Решение задач на практических занятиях. Само- стоятельная ра- бота. Опрос.
3.	Портфельный анализ	27	6	2	4	21	Решение задач на практических занятиях. Само- стоятельная ра- бота. Опрос.
4.	Производные финансовое инструменты	27	6	2	4	21	Решение задач на практических занятиях. Само- стоятельная ра- бота. Опрос.
В целом по дисциплине		108	24	8	16	84	Согласно учеб- ному плану: контрольная ра- бота

Итого в %		22	33	67	78	
-----------	--	----	----	----	----	--

6. Содержание семинаров, практических занятий

Таблица 4

№	Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники	Формы проведения занятий
1	Тема 1. Теория процента и финансовые потоки	Простые и сложные проценты. Типы процентных ставок. Эффективная процентная ставка. Учетная ставка. Процентные ставки в условиях инфляции. [1]-[2]	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональными компьютерами
2	Тема 1. Теория процента и финансовые потоки	Денежные потоки. Приведенная стоимость потока. Аксиоматический подход к оценке стоимости потоков платежей. Регулярные потоки платежей. Ренты. Схемы погашения долга. [1]-[2]	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональными компьютерами
3	Тема 1. Теория процента и финансовые потоки Тема 2. Облигации	Инвестиционные проекты. Числовые показатели эффективности инвестиционных проектов. [1]-[2] Математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. Кривая доходности. [1]-[3]	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональными компьютерами
4	Тема 2. Облигации	Дюрация потока платежей. Дюрация облигации. Дюрация портфеля облигаций. Выпуклость облигации. [1]-[3]	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональными компьютерами. Проверочная самостоятельная работа
5	Тема 2. Облигации Тема 3. Портфельный анализ	Управление портфелем облигаций. [1]-[3] Основные понятия. Доходность и риск. Постановка задачи построения оптимального портфеля. Множество допустимых портфелей. Эффективная граница. Портфель из двух ценных бумаг. [1]-[3]	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональными компьютерами
6	Тема 3. Портфельный анализ	Модель Марковица. Оптимальный портфель при наличии безрисковой ценной бумаги. Касательный портфель. Теорема о разделении. [1]-[3] Построение оптимального портфеля с ограничениями. Угловые точки. Оптимальный портфель при запрещенных коротких позициях. [1]-[3]	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональными компьютерами
7	Тема 3. Портфельный анализ	Факторные модели. Однофакторная модель доходности. Рыночная модель и диверсификация. Модель оценки финансо-	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональ-

		вых активов (CAPM). Системный и несистемный риски. [1]-[3]	ными компьютерами
8	Тема 4. Производные финансовые инструменты	Основные сведения о фьючерсах и опционах. Производные инструменты и хеджирование рисков. Торговые стратегии, основанные на опционах. Паритет цен европейских опционов покупателя и продавца. Стохастические модели финансовых рынков. Дискретные и непрерывные модели. Концепция эффективного рынка. Понятие арбитража. Теорема об арбитраже на рынке с дискретным временем. Нейтральные к риску вероятности. [1]-[3]	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональными компьютерами. Работа в группах
9	Тема 4. Производные финансовые инструменты	Биномиальная модель ценообразования. Однопериодная и многопериодная модели. Оценка опционов в рамках биномиальной модели. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна. Формула Блэка-Шоулза. [1]-[3]	Обсуждение у доски и параллельная работа за персональными компьютерами. Проверочная самостоятельная работа

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

7.1 Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Таблица 5

Наименование разделов, тем дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Тема 1. Теория процента и финансовые потоки	Инфляция и ее влияние на показатели эффективности инвестиционных проектов	Работа с данными на компьютере. Работа с литературой. Работа с тестами и вопросами для самопроверки. Выполнение домашней работы.
Тема 2. Облигации	Хеджирование риска изменения процентной ставки. Теорема об иммунитации.	Вычисления на компьютере. Работа с учебной литературой. Выполнение домашней работы.
Тема 3. Портфельный анализ	Многофакторные модели. Коэффициент Шарпа. Арбитражная теория ценообразования и факторные модели.	Вычисления и моделирование на компьютере. Работа с учебной литературой. Работа с тестами и вопросами для самопроверки. Выполнение домашней работы.
Тема 4. Производные финансовые инструменты	Биномиальная модель эволюции процентной ставки. Оценка стоимости опционов на облигации.	Моделирование на компьютере. Работа с тестами и вопросами для самопроверки. Выполнение домашней работы.

7.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные вопросы для подготовки к контрольной работе

1. Простые и сложные проценты: типы процентных ставок, эффективная процентная ставка, учетная ставка, процентные ставки в условиях инфляции.
2. Денежные потоки: Приведенная стоимость потока, аксиоматический подход к оценке стоимости потоков платежей, регулярные потоки платежей, ренты.
3. Инвестиционные проекты: числовые показатели эффективности инвестиционных проектов. Чистый приведенный доход. Внутренняя норма доходности
4. Облигации: математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. Кривая доходности
5. Хеджирование риска изменения процентной ставки: дюрация потока платежей, дюрация облигации, дюрация портфеля облигаций, выпуклость облигации, теорема об иммунизации, управление портфелем облигаций

Примерные задания контрольной работы

1. Номинальная годовая ставка составляет 20.0 %. Найти эффективную годовую ставку в процентах при начислении процентов раз в месяц.
2. Сравнить по критерию чистого дисконтированного дохода инвестиционные проекты, заданные следующими потоками платежей:
 $A = \{(0, -1000), (1, 300), (2, 200), (3, 100), (4, 100), (5, 800)\}$;
 $B = \{(0, -1000), (1, 800), (2, 100), (3, 100), (4, 200), (5, 300)\}$.
Ставка дисконтирования 10%.
3. Заем величины 14000.0 взят на 10 лет под 9.0 % годовых. Погашаться будет ежегодными равными выплатами. Найти размер выплат.
4. Найти текущую стоимость облигации номинальной стоимостью 2000.0 руб., сроком погашения 11 лет, годовой купонной ставкой 14% при процентной ставке 20% годовых.
5. Облигация продается по номинальной стоимости со сроком погашения 13 лет и купонной ставкой 6.0 % (с ежегодной выплатой). Найти ее дюрацию. Пусть доходность облигации увеличилась до 8.0 %. Описать изменение дюрации. Ответ обосновать.
6. Менеджеру нужно выплатить через 7 лет сумму 1 млн. руб. У него есть возможность инвестировать средства в бескупонные облигации двух видов: а) номинальной стоимостью 5,7914 тыс. руб. и сроком погашения 4 года; б) номинальной стоимостью 21,719 тыс. руб. и сроком погашения 16 лет. Определить, сколько облигаций каждого вида следует приобрести, что-

бы защитить средства от возможного изменения процентной ставки, которая в данный момент равна 9%.

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента математики Факультета информационных технологий и анализа больших данных.

8. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, знаний и умений

Таблица 6

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ПКН-3 Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово экономических задач, интерпретировать полученные результаты	1. Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово экономических задач.	<u>Знать</u> базовые основы актуальных методов сбора и анализа финансовых данных <u>Уметь</u> анализировать данные для решения финансово экономических задач	Используйте пакет Quantmod (https://cran.rproject.org/web/packages/quantmod/index.html) для работы с финансовыми данными в R и построения и тестирования финансовых моделей
	2. Формулирует математические постановки финансово-экономических задач	<u>Знать</u> основные математические модели финансово-экономических задач и их решений <u>Уметь</u> сформулировать математическую постановку для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач	С помощью информационной интернет-площадки Финам, Bloomberg или других ресурсов получите таблицу значений цен закрытия за 30 дней о трех компаниях, входящих в индекс голубых фишек индекса РТС. Вычислите ожидаемую доходность и волатильность выбранных активов. Получите значения индекса РТС за тот же период и используйте полученные сведения при расчете рыночного портфеля. Постройте эффективную границу.

		мических задач и подобрать метод решения	Постройте эффективную границу при условии запрета коротких продаж. Рассчитайте коэффициенты альфа и бета (в качестве безрисковой ставки взять ставку по инструментам фиксированной доходности). Напишите уравнения: линия рынка капитала CML, SML
	3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.	Знать основы системного подхода к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области Уметь использовать системный подход к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области	С помощью информационной интернет-площадки Финам, Bloomberg или других ресурсов получите таблицу значений цен закрытия за 30 дней о трех компаниях, входящих в индекс голубых фишек индекса РТС. Вычислите ожидаемую доходность и волатильность выбранных активов. Получите значения индекса РТС за тот же период и используйте полученные сведения при расчете рыночного портфеля.
	4. Анализирует результаты исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.	Знать методы анализа результатов исследования моделей финансово-экономических задач Уметь принимать управленческие решения на основе проведенного финансового анализа	Сравнить по критерию чистого дисконтированного дохода инвестиционные проекты, заданные следующими потоками платежей: $A = \{(0, -1000), (1, 300), (2, 200), (3, 100), (4, 100), (5, 800)\}$; $B = \{(0, -1000), (1, 800), (2, 100), (3, 100), (4, 200), (5, 300)\}$. Ставка дисконтирования 10%.
ПКН-4 Способность оценивать показатели деятельности эко-	1. Проводит анализ внешней и внутренней среды ведения бизнеса,	Знать методы оценки финансовых показателей деятельности эко-	Рыночный портфель имеет доходность 12% и риск (стандартное отклонение) 6%. Безрисковая доходность равна 5%. Коэффициент непри-

номических субъектов	выявляет основные факторы экономического роста, оценивает эффективность формирования и использования производственного потенциала экономических субъектов.	номических субъектов Уметь применять методы оценки финансовых показателей деятельности экономических субъектов	ятия риска инвестором $\theta = 10$: а) Какую комбинацию рыночного и безрискового портфеля выберет инвестор; б) Какова доходность, риск и бета этого портфеля.
	2. Рассчитывает и интерпретирует показатели деятельности экономических субъектов	Знать методы расчета и интерпретации финансовых показателей деятельности экономических субъектов Уметь применять методы расчета и интерпретации финансовых показателей деятельности экономических субъектов	Рынок с безрисковым активом A_0 и двумя рисковыми активами A_1 и A_2 имеет параметры $m = (m_0, m_1, m_2) = (1; 2; 4)$ $\sigma_1 = 2, \quad \sigma_2 = 3$ $\rho = -0,5$ Найти уравнение эффективной линии рынка и оптимальный портфель инвестора с коэффициентом неприятия риска равным 4.
	3. Владеет методами анализа и оценки рисков деятельности организаций, в том числе финансово-кредитных и предлагает решения по их минимизации в контексте достижения финансовой стабильности, применяет финансовые инструменты для минимизации потерь финансово-кредитных институтов, иных организаций различных отраслей экономики, финансовых органов, публично правовых образований.	Знать методы анализа и оценки рисков в финансово-кредитной сфере Уметь предлагать решения по минимизации рисков в финансово кредитной сфере	Облигация продается по номинальной стоимости со сроком погашения 13 лет и купонной ставкой 6.0 % (с ежегодной выплатой). Найти ее дюрацию. Пусть доходность облигации увеличилась до 8.0 %. Описать изменение дюрации. Ответ обосновать
	4. Демонстрирует знание зарубежно-	Знать международный опыт ре-	Ознакомиться с сайтом Всемирного банка https://www.vseмирnyjbank

	го опыта регулирования финансово кредитной сферы и ее институтов в целях достижения финансовой стабильности и обеспечения экономического роста.	гулирования финансово-кредитной сферы <u>Уметь</u> использовать международный опыт регулирования финансово-кредитной сферы	.org/ru/home
--	---	--	--------------

Примерные задания для подготовки к зачету

1. Годовая процентная ставка составляет 12%. Проценты начисляются 6 раз в год. Найти эффективную процентную ставку. Также найти эффективную процентную ставку в случае непрерывного начисления процентов.

2. Темп инфляции за период в $N=6$ месяцев равен 3%. Найти среднемесячный и годовой темп инфляции.

3. Ставка дисконтирования равна 8%. Рассматривается денежный поток $CF=\{(0,-100);(1,140);(2,65)\}$. а) Найти чистую приведенную стоимость (NPV) данного денежного потока б) Найти внутреннюю норму доходности (IRR) данного потока в) Оценить эффективность проекта.

4. Инвестор обладает двумя активами А и В с доходностями $r_A = 0.15$ и $r_B = 0.4$ и рисками $\sigma_A = 0.04$, $\sigma_B = 0.08$. Коэффициент корреляции активов равен 0.8. Функция полезности инвестора $U(r) = r - 10\sigma^2$. а) Найти портфель с заданной доходностью 0.15, не принимая во внимание полезность. б) Найти портфель, максимизирующий полезность. в) Найти портфель минимального риска.

5. Имеется два актива с характеристиками $r_A = 0.11$, $\sigma_A = 0.05$ и $r_B = 0.3$, $\sigma_B = 0.4$, коэффициент корреляции между которыми $\rho = -0.1$. На рынке имеется также безрисковый актив с доходностью $r_f = 0.03$. а) Найти касательный портфель. б) Найти портфель минимального риска при фиксированной доходности 0.18.

6. Акции компании имеют бета-коэффициент 1. Безрисковая ставка равна $r_f = 3\%$, а доходность рыночного портфеля $r_M = 16\%$. Найти: а) ожидаемую доходность акции данной компании. б) Риск-премию рыночного портфеля. в) Обосновать решение, которое целесообразно принять, если наблюдаемая доходность данной акции равна 20%.

7. Рассматривается двухфакторная модель некоторого актива:

$R = 0.13 + 1.1F_1 + 0.7F_2 + \varepsilon$. Дисперсия фактора 1 равна 0.04, дисперсия фактора

2 есть 0.04, дисперсия несистематической компоненты 0.09. Безрисковая ставка равна 7%. а) Найти ожидаемую доходность акции. б) Найти среднее значение фактора F_1 . в) Найти среднее значение несистематической компоненты. г) Найти с. к. о. доходности данного актива.

8. Инвестор создает спред типа бабочка. Он покупает два пут опциона с различными ценами исполнения $E_1 = \$54$ и $E_3 = \$65$ (по одной штуке) за \$9 и \$3 соответственно. Он также продает два пут опциона с ценой исполнения $E_2 = \$59$ за \$6.

Нарисовать график прибыли от указанной комбинации (в зависимости от конечной цены). Найти максимально возможную прибыль. Обосновать решение.

9. Внимание инвестора привлекает акция, продающаяся сейчас по \$50. Европейский колл-опцион на данную акцию продается за \$2. Цена исполнения опциона равна $K = \$49$. Опцион выписан на $T = 0.2$ лет. Безрисковая ставка равна $r = 40\%$. а) Найти нижнюю границы цены данного опциона. Если есть арбитражная возможность, описать арбитражную стратегию.

10. Акция продается сейчас за \$20. Через 0.4 года) цена акции может принять два значения, \$23 или \$19. Цена исполнения соответствующего колл-опциона равна \$21. Безрисковая ставка равна 9%. а) Вычислить риск-нейтральную вероятность для движения цены актива вверх. б) Найти число акций в безрисковом портфеле, состоящем из купленных акций и одного опциона. в) Найти цену данного опциона на текущий момент времени.

11. Цена исполнения полугодового американского опциона на продажу евро равна 62 руб. Вычислить стоимость опциона, используя трехпериодное биномиальное дерево и четырехпериодное биномиальное дерево. Данные для расчета: текущий курс евро — 60 руб., безрисковая процентная ставка в зоне евро — 2%; безрисковая рублевая процентная ставка — 10% годовых; волатильность евро — 20% в год.

12. Найти стоимость годового американского опциона на покупку британского фунта за доллары по цене 1,6 доллара за фунт. Параметры: текущий валютный курс 1,61; волатильность курса 12%; цена исполнения 300; безрисковая ставка по доллару 8%; безрисковая ставка по фунту 9%; волатильность индекса 30%.

13. Используя формулу Блэка – Шоулза, рассчитать стоимость фьючерсных опционов колл и пут. Параметры: Основной актив — годовая волатильность 30%; текущая цена 100; опционы — срок исполнения через 3 месяца, цена исполнения 105; годовая безрисковая ставка 12%.

14. На рынке облигаций доходности на ближайшие один, два и три года одинаковы и равны 9 %. Волатильность процентной ставки равна 10 %. Построить двухпериодную биномиальную модель процентной ставки.

15. а) Построить четырехпериодную биномиальную модель эволюции процентной ставки (один период — полгода), если рыночные стоимости бескупонных облигаций представлены следующей таблицей:

Срок до погашения (в гг.)	0,5	1	1,5	2
Стоимость облигации с номиналом 100	96	94	92	90

16. Годовая волатильность процентной ставки составляет 10%.

17. б) Рассчитать стоимость опциона покупателя с ценой исполнения 92 и сроком исполнения 1,5 года. в) Рассчитать стоимость аналогичного опциона продавца.

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Денежные потоки и их числовые характеристики.
2. Основные параметры облигации. Связь рыночной цены и доходности.
3. Дюрация потока платежей и ее свойства.
4. Иммунизация портфеля облигаций.
5. Основные понятия портфельного анализа. Оптимальный портфель.
6. Оптимальный портфель при наличии безрисковой компоненты.
7. Линия рынка капитала. Рыночный портфель.
8. Однофакторная модель доходности. Коэффициенты β и α .
9. Модель CAPM.
10. Производные инструменты. Платежные функции производных инструментов европейского типа.
11. Паритет цен европейских опционов.
12. Торговые стратегии с использованием опционов.
13. Теорема о совпадении цен европейских и американских опционов покупателя на активы, не приносящие доходов.
14. Безарбитражная цена форвардного контракта.
15. Аппроксимация инструмента европейского типа с дважды непрерывной платежной функцией портфелем опционов.
16. Сильный арбитраж. Теорема безарбитражности (без доказательства).
17. Риск-нейтральная вероятность.
18. Биномиальная модель. Условие безарбитражности биномиальной модели.
19. Риск-нейтральная вероятность биномиальной модели.

20. Многопериодная биномиальная модель.
21. Безарбитражная цена производного инструмента в биномиальной модели.
22. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна.
23. Стохастические модели финансового рынка.
24. Рациональный прогноз как мартингал.
25. Мартингальность дисконтированной цены относительно риск нейтральной вероятности.
26. Инвестиционные стратегии. Самофинансируемые портфели. Определение цены платежного обязательства.
27. Геометрическое броуновское движение.
28. Модель Блэка-Шоулза. Мартингальная вероятность в модели Блэка-Шоулза.
29. Уравнение Блэка-Шоулза.
30. Формула Блэка-Шоулза.
31. Чувствительность цены опциона европейского типа к изменению параметров модели Блэка-Шоулза.
32. Дельта хеджирование.
33. Хеджирующий портфель в модели Блэка-Шоулза.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) Основная литература:

1. Финансовая математика. Конспект лекций: учебное пособие / П. Н. Брусов, Т. В. Филатова, Н. П. Орехова. – Москва: КноРус, 2022. - 166 с. – ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://book.ru/book/942413> – Текст: электронный.
2. Задачи по финансовой математике: учебное пособие / П. Н. Брусов [и др.]; Финуниверситет. – Москва: Кнорус, 2012, 2014, 2015, 2017. - 286 с. - То же. - 2022. - ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://book.ru/book/941764>. — Текст: электронный.
3. Четыркин, Е.М. Финансовая математика: учебник / Е.М. Четыркин. – М: Издательский дом «ДЕЛО», 2014. - 392 с. – Текст: непосредственный.

б) Дополнительная литература:

4. Касимов, Ю. Ф. Основы финансовых вычислений. Основные схемы расчета финансовых сделок: учебник для студ., обуч. по напр. "Экономика", "Менеджмент", "Прикладная математика" / Ю. Ф. Касимов, М. С. Аль-Натор, А. Н. Колесников; Финуниверситет. - Москва: Кнорус, 2017. - 328 с. - Текст: непосредственный. - То же. 2021. - ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://www.book.ru/book/936099> (дата обращения: 04.05.2023). - Текст: электронный.
5. Касимов, Ю. Ф. Основы финансовых вычислений. Портфели активов, оптимизация и хеджирование: учебник для студ., обуч. по напр. "Экономика", "Менеджмент", "Прикладная математика и информатика" / Ю. Ф. Касимов, М. С. Аль-Натор, А. Н. Колесников; Финуниверситет. - Москва: Кнорус,

2017. - 322 с. Текст непосредственный. - То же. - 2022. - ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://book.ru/book/943883> (дата обращения: 04.05.2023). - Текст: электронный.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Обучающимся в рамках самостоятельной работы следует использовать Методические рекомендации по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете, утвержденные Приказом ректора №1040/о от 11.05.2021 г.

Самостоятельная работа студентов проходит внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит учебно-тематический план изучения дисциплины. В данном плане указана тематика лекций, семинаров, вопросы и задания для самостоятельного изучения. Во время лекций необходимо конспектировать содержание лекции. После лекции необходимо отредактировать записи, оформить конспект, дополняя его содержание дополнительной информацией. При оформлении конспекта целесообразно выделять названия тем и формулировки вопросов, основные определения, примеры.

При подготовке к семинару необходимо изучить вопросы семинара, соответствующий теоретический материал, делая для себя необходимые записи в рабочей тетради. После занятий необходимо просмотреть записанные решения и восстановить в решениях имеющиеся пробелы.

При затруднении в решении практических вопросов (задач), можно обратиться за консультацией (помощью) к преподавателю. Семинары проходят, как правило, в интерактивной форме и преподаватель учитывает активность обучающихся, направленную на решение предложенных вопросов (вариантов задач), а также вариантов ответов на решаемые вопросы (проблемы).

Не следует бояться дать неверный ответ или допустить иную ошибку: исправление и анализ ошибок в режиме общения с преподавателем и сокурсниками в ходе семинара способствует более глубокому освоению учебного материала и предупреждает возникновение ошибок в дальнейшем. Домашние задания (подготовку к занятиям) следует осуществлять регулярно. Если то или иное задание, при подготовке к семинару вызвало затруднение, необходимо обратиться к преподавателю за консультацией. Регулярность в выполнении домашних заданий (подготовке к занятиям) - важный фактор качественного освоения дисциплины.

Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья

Профессорско-преподавательский состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ). При необходимости осуществляет-

ся дополнительная поддержка преподавания тьюторами, психологами, социальными работниками, прошедшими подготовку ассистентами.

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. № АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производится с учётом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем. Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ. Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учётом индивидуальных психофизических особенностей.

Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорнодвигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения). Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы.

Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
 - выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
 - устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).
- При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы

Методические рекомендации по выполнению контрольной работы предусмотрены в «Методических рекомендациях по подготовке написанию и оформлению контрольной работы», разрабатываемой преподавателем кафедры на учебный год, в котором реализуется учебная дисциплины.